

$$\begin{aligned} \therefore u_1'' &= u_1' + (1+e)(u_2' - u_1') / (1+m_1/m_2), \\ u_2'' &= u_2' - (1+e)(u_2' - u_1') / (1+m_2/m_1), \\ \therefore e &= (u_1'' - u_2'') / (u_2' - u_1'). \end{aligned}$$

球 A が固定の場合は

$$u_1' = u_1'' = 0 \quad \therefore e = -u_2'' / u_2'$$

すなわち、はねかえり速度は衝突速度の e 倍になる。これは逆に e の測定に使われる。

また $e=1, m_1=m_2$ の場合は $u_1'' = u_2', u_2'' = u_1'$ すなわち速度の交換がおこる。

運動エネルギーの消失 ($T' - T''$) は直突 ($v_1' = 0, v_2' = 0, \omega_1' = \omega_2' = 0$) の場合

$$T' - T'' = (1-e^2)(u_2' - u_1')^2 / \{2(1/m_1 + 1/m_2)\}.$$

とくに A が固定のときは $T' - T'' = (1-e^2) \frac{1}{2} m_2 u_2'^2 = (1-e^2) T'$.

すなわち最初のエネルギーの $(1-e^2)$ 倍のものが失われる。

6.1.4 偏心衝突

a. 離心軽減質量

$$F=0 \text{ の場合には } R_0 = \frac{U'}{\frac{1}{m_1} \left(1 + \frac{y_1^2}{k_1^2}\right) + \frac{1}{m_2} \left(1 + \frac{y_2^2}{k_2^2}\right)}, \quad R'' = (1+e)R_0.$$

これらの力積は $\frac{m_1}{1+y_1^2/k_1^2}, \frac{m_2}{1+y_2^2/k_2^2}$ なる質量の物体が U' なる近接速度で直突する場合 (ただし $F=0$ とする) と、まったく同じである。この見掛けの質量を離心軽減質量と言ひ、接触点附近の変形を調べるときに使うと便利である。

$F \neq 0$ の場合でも、撃力の方向が不変と考えられるときは、撃力の作用線と重心との距離を h_1, h_2 とすれば離心軽減質量は $\frac{m_1}{1+h_1^2/k_1^2}, \frac{m_2}{1+h_2^2/k_2^2}$.

$$\text{とくに、3次元の場合の離心軽減質量は } \frac{m}{1 + \left(\frac{\cos^2 \gamma_x}{k_x^2} + \frac{\cos^2 \gamma_y}{k_y^2} + \frac{\cos^2 \gamma_z}{k_z^2}\right) h^2}.$$

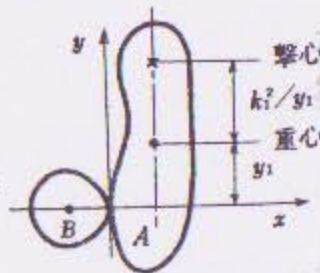
ここに、 h = 撃力の作用線と重心との距離; k_x, k_y, k_z = 慣性主軸まわりの回転半径; $\gamma_x, \gamma_y, \gamma_z$ = 撃力と重心とをふくむ平面に垂直な直線が、慣性主軸となす角。

b. 撃心 物体 A が静止し $F=0$ の場合は

$$u_1'' = R''/m_1, \quad \omega_1'' = y_1 R'' / (m_1 k_1^2).$$

物体 A の任意の点 (x, y) の速度 u, v は

$$\begin{aligned} u &= u_1'' + \omega_1''(y_1 - y) = R''/m_1 + y_1 R'' / (m_1 k_1^2) (y_1 - y), \\ v &= -\omega_1''(x_1 - x). \end{aligned}$$

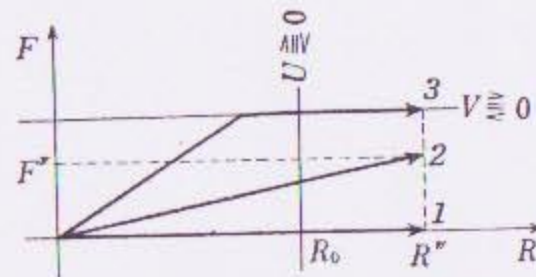


第136図 撃心

ゆえに、 $u=0, v=0$ の点は $x=x_1, y=y_1 + k_1^2/y_1$. この点を撃心と言ひ (第136図).

6.1.5 反ばつ係数 前述までに既知と仮定した e は、反ばつ係数と言ひ、二つの物体の材質、形状および衝突速度 U' によってきまる。

接触面の法線方向の変形量と力が第137図のように表わされる場合には $e^2 = \text{斜線の面積} / \text{全面積}$ で与えられる。 $0 \leq e \leq 1$ で、 $e=1$ のとき完全に弾性的であると言ひ、 $e=0$ のとき完全



第135図 R~F 線図

$$u_1'' = u_2', \quad u_2'' = u_1'.$$

に非弾性的であると言ひ。

形状は同じとし、材質1同志の衝突の e を e_{11} とし、材質2同志の衝突の e を e_{22} とすれば、材質1と材質2との衝突の e は $e_{12} = (e_{11} E_2 + e_{22} E_1) / (E_1 + E_2)$ ここに、 E_1, E_2 は縦弾性係数。 e の概略値を第17表に示す。

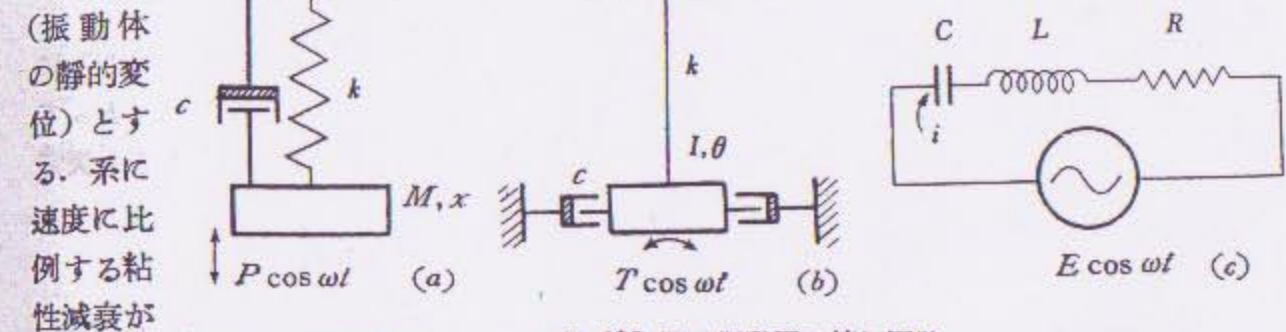
第17表 反ばつ係数 e

材質	形状	衝突速度 m/s	e
鋼×鋼	球	2.8	0.55
木×木	球	2.8	0.50
コルク×コルク	球	2.8	0.55
ガラス×ガラス	球	2.8	0.95
ぞうげ×ぞうげ	球	2.8	0.90
鋼鉄×鋼鉄	球	2.8	0.65
黄銅×黄銅	球	2.8	0.35
鉛×鉛	球	2.8	0.20

第7章 機械振動

7.1 1 自由度振動

7.1.1 運動方程式と等価回路 (第138図) 第138図 a で M = 振動体の質量、 x = 振動体のつりあい位置からの変位、 k = ばね定数、 c = 粘性減衰係数、 $P \cos \omega t$ = 振動体に働く周期的外力、 ω = 周期的外力の円振動数、 $c/M = 2n, k/M = p^2$ (系の固有円振動数)、 $P/k = x_{st}$



第138図 振動系の等価回路

(振動体の静的変位) とする。系に速度に比例する粘性減衰が働くときの運動の方程式は

$$M \frac{d^2 x}{dt^2} + c \frac{dx}{dt} + kx = P \cos \omega t \quad \text{あるいは} \quad \frac{d^2 x}{dt^2} + 2n \frac{dx}{dt} + p^2 x = p^2 x_{st} \cos \omega t.$$

このような運動の方程式に支配される振動系は直線振動系 (第138図 a)、ねじり振動系 (第138図 b) および電気振動系 (第138図 c) などであって、それらの対応を第18表に示す。

第18表 振動回路

	直線振動系	ねじり振動系	電気系
回路	第138図 (a)	第138図 (b)	第138図 (c)
変位	変位 x (cm)	ねじり角 θ (rad)	電気量 Q (C)
速度	速度 $v = dx/dt$ (cm/s)	角速度 $\omega = d\theta/dt$ (rad/s)	電流 i (A)
質量	質量 M (kg·s ² /cm)	慣性モーメント I (kg·s ² ·cm)	インダクタンス L (H)
ばね定数	単位変位に必要な力 k (kg/cm)	単位角ねじりに要するモーメント k (kg·cm/rad)	1/容量 $1/C$ (1/F)
粘性減衰	粘性減衰係数 c (kg·s/cm)	粘性減衰係数 c (kg·s·cm)	抵抗 R (Ω)
外力	周期的外力 $P \cos \omega t$ (kg)	周期的モーメント $T \cos \omega t$ (kg·cm)	電圧 $E \cos \omega t$ (V)

7.1.2 自由振動

a. 減衰のない自由振動 (単振動) 外部から力のはたらかないときの振動を自由振動と言ひ、系に減衰作用のないときは 7.1.1 で $P=0$ および $c=0$ とおけば

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + p^2 x = 0,$$

この解は

$$x = A \cos (pt + \alpha).$$

A, α は初期条件によって定められ、変位は時間 t に対して正弦または余弦曲線状に変化